

© А.И. ФИЛИППОВ, О.В. АХМЕТОВА

*Уфимский государственный нефтяной технический университет
(Салаватский филиал)
filippovai@rambler.ru, ahoksana@yandex.ru*

УДК 532.546

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННО-ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ
В СЛОИСТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ В ВИДЕ
ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ (часть I)**

**PRESENTING FILTRATION-WAVE FIELDS IN A LAYERED
ANISOTROPIC MEDIUM AS A PLANE WAVE (part I)**

В первой части статьи осуществлено представление фильтрационно-волнового процесса в трехслойной анизотропной среде в виде эквивалентной плоской волны в центральном слое на основе модификации «в среднем точного» асимптотического метода. Центральная область представлена полубесконечным слоем, ограниченным двумя параллельными полуплоскостями. На границе этого слоя заданы возмущения давления, являющиеся источником волн давления в полупространстве, а на границах окружающих сред возмущения отсутствуют. Каждая из трех сред является однородной в том смысле, что ее физические свойства не зависят от пространственных координат. В то же время в каждой из сред указанные свойства зависят от направления, поэтому среды обладают свойствами анизотропии. На границах соприкосновения областей заданы равенства давлений и потоков флюида. Задача заключается в определении поля давления в каждой из сред. Для определения волновых полей давления искомые функции представлены в виде асимптотических формул, с использованием которых исходная задача сопряжения сведена к более простым неклассическим задачам для коэффициентов асимптотического разложения.

Показано, что нулевой коэффициент асимптотического разложения описывает зависимость амплитуды указанной плоской волны от пространственных координат, а также физических параметров волны и среды.

The first part of the article describes the attempt to present the filtration wave process in a three-layered anisotropic medium as an equivalent plane wave in the central layer. A modification of “the average precision” asymptotic method is employed for this purpose. The central area is represented by a semi-infinite layer bounded by two parallel half-planes. At the border of this layer pressure perturbations are set which produce pressure waves in a half-space, while at the borders of the environments no perturbations are observed. Each of the three media is homogeneous as its physical properties are independent of the spatial coordinates. Yet these

properties of all the three media depend on the direction and therefore the media are anisotropic. At the boundaries of the contact areas the pressure and flow of the fluid equalities are set. The task is to determine the pressure field in each of the media. To determine the pressure wave fields the unknown functions are presented in the form of asymptotic formulas so the original task of conjugation is reduced to easier tasks for the coefficients of the asymptotic expansion. It is shown that the zero coefficient of the asymptotic expansion describes the dependence of the amplitude of the said plane wave on its spatial coordinates as well as the physical properties of the wave and the medium.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Волновое поле давления, фильтрация, анизотропная среда.
KEY WORDS. Wave pressure field, filtration, anisotropic medium.

Развитие технологии добычи нефти и газа, а также разведка месторождений полезных ископаемых требуют совершенствования теории фильтрации [1-3] и волновых процессов в коллекторах нефти и газа [4-6]. Наиболее перспективным направлением здесь представляется использование волновых процессов для томографии геологических природных структур [7; 8]. На пути более глубокого понимания происходящих волновых процессов требуется создание упрощенных моделей. Построение упрощенных моделей в виде плоских волн известно для случаев малых и больших расстояний от источников полей. Задача представления волнового поля плоской волной в промежуточной зоне не решена.

Ниже предложена процедура представления фильтрационно-волнового процесса в виде плоской волны в центральном слое трехслойной проницаемой анизотропной пористой среды на основе «в среднем точного» асимптотического метода [8; 9]. Показано, что при специальном выборе формального параметра асимптотического разложения аналитические зависимости амплитуды эквивалентной плоской волны от пространственных координат, физических параметров волны и среды, в которой она распространяется, описываются нулевым коэффициентом. Первый коэффициент при этом уточняет волновой процесс в центральном слое. Построение первого коэффициента разложения требует добавочных условий, основанных на тривиальных решениях осредненной задачи для остаточного члена. В этом смысле соответствующие выражения для нулевого и первого приближения названы «в среднем точными».

1. Постановка задачи о волновом поле для линейной геометрии.

На рис. 1 представлена геометрия течения в прямоугольной системе координат, ось z_d которой совпадает с осью скважины. Пусть неоднородная среда представлена тремя областями с плоскими границами раздела $z_d = \pm h$, перпендикулярными вертикальной оси. Покрывающий и подстилающий пласты считаются слабопроницаемыми в горизонтальном направлении, средняя область толщины $2h$ ($-h < z_d < h$) является хорошо проницаемой и в горизонтальном, и в вертикальном направлениях. Для простоты течение в центральном пласте полагается плоским (в осях z_d, x_d), а в окружающей среде — одномерным (по оси z_d). Далее положим, что свойства подстилающих и покрывающих пластов идентичны. В соответствии с этим постановку задачи можно упростить, воспользовавшись условием симметрии $\partial P_d / \partial z_d (z_d = 0)$.

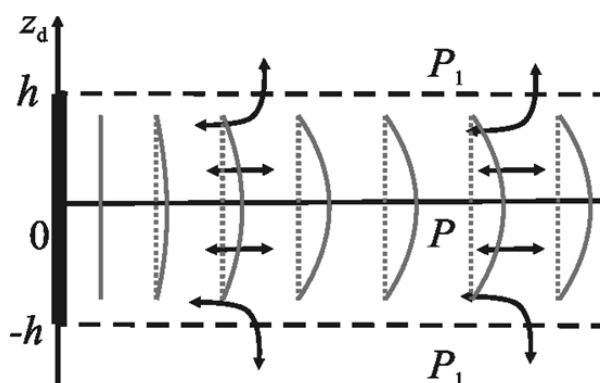


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — подстилающая и покрывающая среда

Математическая постановка задачи для комплексного возмущенного поля давления в таких предположениях включает волновое уравнение [9; 10], учитывающее преобладание вертикального движения в верхнем пласте:

$$\frac{\partial^2 \hat{P}_{d1}}{\partial \tau^2} + 2\gamma_1 \frac{\partial \hat{P}_{d1}}{\partial \tau} - c_{z1}^2 \frac{\partial^2 \hat{P}_{d1}}{\partial z_d^2} = 0, \quad \tau > 0, \quad z_d > h, \quad (1.1)$$

волновое уравнение в центральном пласте:

$$\frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial \tau^2} + 2\gamma \frac{\partial \hat{P}_d}{\partial \tau} - c_z^2 \frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial z_d^2} - c_x^2 \frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial x_d^2} = 0, \quad \tau > 0, \quad 0 < z_d < h, \quad x_d > 0, \quad (1.2)$$

условие симметрии в центре пласта:

$$\frac{\partial \hat{P}_d}{\partial z_d}(z_d = 0) = 0. \quad (1.3)$$

В начальный момент времени возмущения давления отсутствуют:

$$\hat{P}_{d1}(\tau = 0) = 0, \quad \frac{\partial \hat{P}_{d1}}{\partial \tau}(\tau = 0) = 0, \quad \hat{P}_d(\tau = 0) = 0, \quad \frac{\partial \hat{P}_d}{\partial \tau}(\tau = 0) = 0. \quad (1.4)$$

На границе раздела сред заданы равенства давлений и потоков:

$$\hat{P}_{d1}(z_d = h) = P_d(z_d = h), \quad k_{z1} \frac{\partial \hat{P}_{d1}}{\partial z_d}(z_d = h) = k_z \frac{\partial \hat{P}_d}{\partial z_d}(z_d = h). \quad (1.5)$$

Давление на левой границе изменяется согласно зависимости:

$$\hat{P}_d(x_d = 0) = P_{d0} \exp(i\omega_d \tau). \quad (1.6)$$

С использованием соотношений:

$$\tilde{P}_j = \frac{\hat{P}_{jd}}{P_{10}}, \quad x = \frac{x_d}{h}, \quad z = \frac{z_d}{h}, \quad t = \frac{\tau \chi_{z1}}{h^2}, \quad \text{Af} = \frac{\chi_{z1}}{2\gamma_1 h^2} = \frac{\chi_{z1}^2}{h^2 c_{z1}^2}, \quad X = \frac{\chi_{z1}}{\chi_z},$$

$$K = \frac{k_{z1}}{k_z}, \quad C = \frac{c_{z1}^2}{c_z^2}, \quad C^* = \frac{c_x^2}{c_z^2}, \quad \omega = \frac{h^2 \omega_d}{\chi_{z1}},$$

где P_{10} — максимальный перепад давления, а j — номер области, запишем задачу (1.1) — (1.6) в безразмерном виде:

$$Af \frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial z^2} = 0, \quad t > 0, \quad z > 1, \quad (1.7)$$

$$Af C \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial t^2} + X \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} - \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} = 0, \quad t > 0, \quad 0 < z < 1, \quad x > 0, \quad (1.8)$$

$$\tilde{P}(t=0) = 0, \quad \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t}(t=0) = 0, \quad \tilde{P}_1(t=0) = 0, \quad \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t}(t=0) = 0, \quad (1.9)$$

$$\tilde{P}(z=1) = \tilde{P}_1(z=1), \quad K \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial z}(z=1) = \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z}(z=1), \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial z}(z=0) = 0, \quad \tilde{P}(x=0) = P_0 \exp(i\omega t). \quad (1.11)$$

Решение задачи (1.7) — (1.11) будем отыскивать в виде:

$$\tilde{P}_1 = P_1 \exp(i\omega t), \quad \tilde{P} = P \exp(i\omega t). \quad (1.12)$$

Задача для амплитуд давления представится следующим образом:

$$(i\omega - Af\omega^2)P_1 - \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} = 0, \quad z > 1, \quad (1.13)$$

$$(i\omega X - Af C \omega^2)P - \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < z < 1, \quad x > 0, \quad (1.14)$$

$$P_1(z=1) = P(z=1), \quad K \frac{\partial P_1}{\partial z}(z=1) = \frac{\partial P}{\partial z}(z=1), \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(z=0) = 0, \quad P(x=0) = P_0. \quad (1.16)$$

Предполагается, что решение является регулярным на бесконечности, т. е. при устремлении пространственных координат в бесконечность искомое решение, а при необходимости и его производная ограничены либо обращаются в нуль.

2. Разложение по асимптотическому параметру. Рассмотрим более общую задачу, полученную введением произвольного асимптотического параметра ε перед первой и второй производными от функции возмущения давления в центральном пласте по z , как в уравнениях, так и в граничных условиях задачи. Такое введение формального параметра в задаче имеет физический смысл, заключающийся в том, что устремление указанного параметра ε к нулю соответствует возрастанию до бесконечности вертикальной компоненты скорости фильтрационной волны c_z , что является причиной выравнивания волнового фронта по толщине пласта.

Постановка параметризованной задачи имеет вид:

$$(i\omega - Af \omega^2)P_1 - \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} = 0, \quad z > 1, \quad (2.1)$$

$$\left(i\omega X - \text{Af } C\omega^2\right)P - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < z < 1, \quad x > 0, \quad (2.2)$$

$$P(z=1) = P_1(z=1), \quad \varepsilon K \frac{\partial P_1}{\partial z}(z=1) = \frac{\partial P}{\partial z}(z=1), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(z=0) = 0, \quad P(x=0) = P_0. \quad (2.4)$$

Отметим, что исходная задача совпадает с параметризованной при равенстве формального параметра единице $\varepsilon = 1$. Задача (1.13) — (1.16) является, таким образом, частным случаем более общей параметризованной, содержащей формальный параметр асимптотического разложения ε .

Решение задачи (2.1) — (2.4) будем искать, представляя функцию давления P каждой из областей асимптотической формулой по параметру ε :

$$P_1 = P_1^{(0)} + \varepsilon P_1^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P_1^{(n)} + \theta_1^{(n)}, \quad P = P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P^{(n)} + \theta^{(n)}. \quad (2.5)$$

Подставив выражения (2.5) в (2.1) — (2.4) и сгруппировав слагаемые по степеням параметра разложения ε , получим:

$$\left(i\omega - \text{Af } \omega^2\right)P_1^{(0)} - \frac{\partial^2 P_1^{(0)}}{\partial z^2} + \varepsilon \left[\left(i\omega - \text{Af } \omega^2\right)P_1^{(1)} - \frac{\partial^2 P_1^{(1)}}{\partial z^2}\right] + \dots = 0, \quad z > 1, \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial z^2} + \varepsilon \left[\left(i\omega X - \text{Af } C\omega^2\right)P^{(0)} - \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial x^2}\right] + \\ & + \varepsilon^2 \left[\left(i\omega X - \text{Af } C\omega^2\right)P^{(1)} - \frac{\partial^2 P^{(2)}}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial x^2}\right] + \dots = 0, \quad 0 < z < 1, \quad x > 0, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$(P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \dots)(z=1) = (P_1^{(0)} + \varepsilon P_1^{(1)} + \dots)(z=0), \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial P^{(0)}}{\partial z}(z=1) + \varepsilon \left[\frac{\partial P^{(1)}}{\partial z}(z=1) - K \frac{\partial P_1^{(0)}}{\partial z}(z=1)\right] + \dots = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial P^{(0)}}{\partial z}(z=0) + \varepsilon \frac{\partial P^{(1)}}{\partial z}(z=0) + \dots = 0, \quad (P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \dots)(x=0) = P_0. \quad (2.10)$$

Анализ задачи показывает, что сомножители при степенях ε в (2.7) содержат соседние коэффициенты разложения и в этом смысле являются «зацепленными». Для решения соответствующего уравнения осуществлена процедура расцепления.

3. Постановка задачи для эквивалентной плоской волны. Формально устремив ε к нулю в уравнении (2.7), получим $(\partial^2 P^{(0)} / \partial z^2) = 0$. Результат

интегрирования $(\partial P^{(0)}/\partial z) = A(x, z)$ с учетом граничных условий (2.9), (2.10) позволяет установить, что $A(x, z) = 0$. Отсюда следует, что в нулевом приближении давление является функцией только от x и не зависит от z : $P^{(0)} = P^{(0)}(x)$, т. е. представляет собой эквивалентную плоскую волну, волновые поверхности которой параллельны оси z .

Далее, приравнявая к нулю коэффициенты при ε в уравнении (2.7), получим:

$$\left(i\omega X - Af C\omega^2\right)P^{(0)} - \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial z^2} - C^* \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial x^2} = 0. \quad (3.1)$$

Так как $P^{(0)}(x)$ не зависит от переменной z , введем вспомогательную функцию $E(x)$, также не зависящую от z :

$$\frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial z^2} = E(x) = \left(i\omega X - Af C\omega^2\right)P^{(0)} - C^* \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial x^2}. \quad (3.2)$$

Проинтегрировав последовательно, найдем выражения для первой производной от первого коэффициента $P^{(1)}$ по переменной z и первого коэффициента разложения в виде квадратного трехчлена:

$$\frac{\partial P^{(1)}}{\partial z} = zE(x) + F(x), \quad P^{(1)} = \frac{z^2}{2}E(x) + zF(x) + Q(x), \quad (3.3)$$

с функциональными коэффициентами $E(x)$, $F(x)$, $Q(x)$, подлежащими определению. Из граничных условий (2.9) при множителе ε в первой степени и (2.10) имеем $\partial P^{(1)}/\partial z(z=0) = F(x) = 0$.

Отсюда следует выражение для функционального коэффициента $E(x)$ через след производной из внешней области:

$$E(x) = K \frac{\partial P_1^{(0)}}{\partial z}(z=1). \quad (3.4)$$

Подставив выражение (3.2) в (3.4), получим уравнение для определения нулевого приближения поля давления в пласте:

$$\left(i\omega X - Af C\omega^2\right)P^{(0)} - C^* \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial x^2} = K \frac{\partial P_1^{(0)}}{\partial z}(z=1). \quad (3.5)$$

Окончательная постановка задачи в нулевом приближении включает также уравнение в окружающих породах:

$$\left(i\omega - Af\omega^2\right)P_1^{(0)} - \frac{\partial^2 P_1^{(0)}}{\partial z^2} = 0, \quad (3.6)$$

а также соответствующие граничные и начальные условия:

$$P^{(0)} = P_1^{(0)}(z=1), \quad P^{(0)}(x=0) = P_0. \quad (3.7)$$

Выражения (3.5) — (3.7) представляют краевую задачу для нулевого коэффициента разложения $P^{(0)}$ или нулевого приближения. Отметим, что эта задача относится к неклассическим, поскольку уравнение для пласта содержит след производной из внешней области.

Непосредственным интегральным усреднением исходной задачи, заключающимся в применении интеграла осреднения $\langle P \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(z) dz$ к уравнению (2.2),

получим следующую задачу для асимптотически осредненных по толщине центральной зоны значений давления:

$$\begin{aligned} (i\omega - Af\omega^2)P_1 - \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} &= 0, \\ (i\omega X - AfC\omega^2)\langle P \rangle - C^* \frac{\partial^2 \langle P \rangle}{\partial x^2} &= K \frac{\partial P_1}{\partial z} (z=1), \\ \langle P \rangle &= P_1 (z=1), \quad \langle P \rangle (x=0) = P_0. \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что она совпадает с задачей для нулевого коэффициента (3.5) — (3.7) с точностью до обозначений.

Таким образом, физический смысл нулевого коэффициента разложения или нулевого приближения заключается в описании эквивалентной плоской волны в интервале $|z| < 1$, отыскание которой соответствует нахождению асимптотически усредненного по толщине слоя, в котором осуществляется определение эквивалентной плоской волны, решения исходной задачи.

4. Нахождение эквивалентной плоской волны. Для решения задачи воспользуемся интегральным синус-преобразованием Фурье по переменной x :

$$f^{(u)}(s) = \int_0^\infty f(x) \sin(sx) dx. \quad (4.1)$$

Математическая постановка волновой задачи в нулевом приближении (3.5) — (3.7) в пространстве изображений Фурье по переменной x запишется как:

$$(i\omega X - AfC\omega^2 + C^* s^2)P^{(0)u} - C^* sP_0 = K \frac{\partial P_1^{(0)u}}{\partial z} (z=1), \quad (4.2)$$

$$(i\omega - Af\omega^2)P_1^{(0)u} - \frac{\partial^2 P_1^{(0)u}}{\partial z^2} = 0, \quad (4.3)$$

$$P^{(0)u} = P_1^{(0)u} (z=1). \quad (4.4)$$

Решение уравнения (4.3) с учетом граничного условия (4.4) представляется через $P^{(0)u}$ в следующем виде: $P_1^{(0)u} = P^{(0)u} \exp(-\varphi_1(z-1))$, где $\varphi_1 = \sqrt{i\omega - Af\omega^2}$.

С помощью этого выражения найдем значение производной на границе внешней области:

$$\left. \frac{\partial P_1^{(0)u}}{\partial z} \right|_{z=1} = -\varphi_1 P^{(0)u}. \quad (4.5)$$

Подставляя выражение (4.5) в уравнение (4.2), после простых преобразований получим алгебраическое уравнение для определения $P^{(0)u}$:

$$(i\omega X - \text{Af} C\omega^2 + C^* s^2 + K\varphi_1) P^{(0)u} = C^* s P_0,$$

откуда окончательно имеем следующие выражения для решения задачи в пространстве изображений Фурье:

$$P^{(0)u} = \frac{C^* s P_0}{i\omega X - \text{Af} C\omega^2 + C^* s^2 + K\varphi_1},$$

$$P_1^{(0)u} = \frac{C^* s P_0}{i\omega X - \text{Af} C\omega^2 + C^* s^2 + K\varphi_1} \exp(-\varphi_1(z-1)).$$

Применяя обратное преобразование Фурье, получим следующие выражения для нулевого приближения:

$$P^{(0)} = P_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{i\omega X - \text{Af} C\omega^2 + K\varphi_1}{C^*}} x\right), \quad (4.6)$$

$$P_1^{(0)} = P_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{i\omega X - \text{Af} C\omega^2 + K\varphi_1}{C^*}} x\right) \exp(-\varphi_1(z-1)). \quad (4.7)$$

При этом (4.6) описывает эквивалентную плоскую волну в центральном слое, а (4.7) волновой фронт в настиляющем пласте. В справедливости полученных выражений нетрудно убедиться прямой подстановкой выражений в задачу (3.5) — (3.7).

5. Частотные зависимости параметров эквивалентной плоской волны.

Для определения зависимостей коэффициента поглощения, волнового числа и фазовой скорости от частоты выражение (4.6) запишем в виде $P^{(0)} = P_0 \exp(-(\alpha + i\beta)x)$, где безразмерный коэффициент поглощения α представляется выражением:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2C^*} \left[\sqrt{(K\sigma - \text{Af} C\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} + K\sigma - \text{Af} C\omega^2 \right]}, \quad (5.1)$$

а безразмерное волновое число β :

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2C^*} \left[\sqrt{(K\sigma - \text{Af} C\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} - K\sigma + \text{Af} C\omega^2 \right]}. \quad (5.2)$$

Выражения (5.1) и (5.2) содержат вспомогательные функции:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\omega}{2}(\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}, \delta = \sqrt{\frac{\omega}{2}(\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} + Af\omega)}.$$

Формула для безразмерной фазовой скорости волны $v = \omega/\beta$ имеет вид:

$$v = \omega / \sqrt{\frac{1}{2C^*} \left[\sqrt{(K\sigma - AfC\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} - K\sigma + AfC\omega^2 \right]}. \quad (5.3)$$

Для однородной изотропной среды, занимающей все пространство, эти соотношения запишутся как:

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{\omega}{2}(\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}, \beta_i = \sqrt{\frac{\omega}{2}(\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} + Af\omega)}, \quad (5.4)$$

$$v_i = \frac{\omega}{\beta_i} = \sqrt{2\omega(\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}. \quad (5.5)$$

На рис. 2 показаны зависимости безразмерной фазовой скорости от безразмерной циклической частоты, рассчитанные по формулам (5.5) — кривая 4 и (5.3) — кривые 1 ($K = X = 3$), 2 ($K = X = 2$), 3 ($K = X = 1$), 5 ($K = X = 0.5$), 6 ($K = X = 0.3$). В расчетах для всех кривых приняты следующие значения параметров: $C^* = C = 1$, $Af = 10^{-10}$.

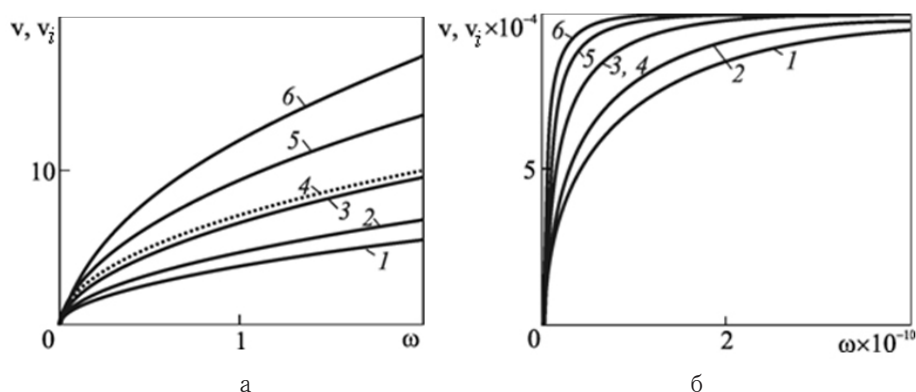


Рис. 2. Зависимость безразмерной фазовой скорости от безразмерной циклической частоты при ее малых (а) и больших (б) значениях: 4 — однородная среда, 1, 2, 3, 5, 6 — неоднородная среда

Из расчетов следует, что при малых частотах фазовая скорость фильтрационных волн мала и с увеличением частоты возрастает. Таким образом, при малых частотах насыщенная пористая среда эквивалентна веществу с очень малой упругостью, что объясняется возможностью смещения жидкой фазы относительно скелета. С увеличением частоты эквивалентная упругость среды как бы возрастает, чему способствуют инерционные свойства жидкой фазы. Наличие такой взаимосвязи между скоростью фильтрационных волн и под-

вижностью жидкости открывает возможности исследования неньютоновских свойств насыщающей жидкости.

При больших значениях безразмерных частот фазовая скорость достигает акустических значений и далее от ω не зависит. Значения безразмерной частоты, при которой достигаются значения скорости, близкие к максимальным, при указанных значениях параметров велики и составляют $\omega = 4 \cdot 10^{10}$.

Из рисунка следует также, что увеличение вертикальной проницаемости окружающей центральный слой среды приводит к уменьшению фазовой скорости и, наоборот, ее уменьшение — к возрастанию скорости. Отметим, что различие между кривыми 3 и 4, заметное при малых частотах (см. рис. 2а), обусловлено вкладом горизонтальной составляющей проницаемости окружающей среды, поскольку в модели неоднородной среды она не учитывается.

После умножения решения задачи в нулевом приближении на $\exp(i\omega t)$ действительную часть (4.6), (4.7) представим в виде:

$$P^{(0)} = P_0 \exp(-\alpha x) \cos(\omega t - \beta x), \quad (5.6)$$

$$P_1^{(0)} = P_0 \exp(-\alpha x - \sigma(z-1)) \cos(\omega t - \beta x - \delta(z-1)). \quad (5.7)$$

Из (5.6) и (5.7) следует, что волновой процесс в нулевом приближении (или «в среднем») может быть представлен в пласте в виде плоской затухающей волны, распространяющейся по оси x . Эта волна возбуждает в точке $z = 1$ бегущую по z затухающую волну в окружающих породах со сдвигом фазы — βx , соответствующим приходу к точке x возбуждающей волны.

Итак, применение «в среднем точной» модификации асимптотического метода к задаче о фильтрационно-волновом поле в неоднородной анизотропной среде позволяет представить выражения для любого волнового процесса в виде плоской волны.

Отыскание выражений для первого коэффициента разложения, осуществленное во второй части настоящей статьи, уточняет геометрию волнового фронта в области осреднения. В этом смысле первый коэффициент асимптотического разложения можно рассматривать как погрешность плоского представления рассматриваемого фильтрационно-волнового процесса.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

c — скорость распространения фильтрационно-волновых возмущений, м/с
 k — проницаемость, m^2
 P_d — размерное давление, Па
 P — амплитуда безразмерного давления
 t, τ — безразмерное время и размерное время соответственно, с
 v, v_i — безразмерная фазовая скорость волны для неоднородной и однородной среды
 x_d, z_d, x, z — размерные и безразмерные линейные координаты соответственно, м
 χ — коэффициент пьезопроводности, m^2/c
 ω_d — циклическая частота, c^{-1}
Индексы нижние:
 0 — начальные значения параметров
 1 — номер среды
 z, x — направление

d (dimension) — размерный

i (isotropic) — изотропная

Индексы верхние (в скобках) — порядковый номер коэффициента асимптотического разложения

Обозначения математических символов — общепринятые

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гильмиев Д.Р., Шабаров А.Б. Эффективность гидроразрыва пласта при рядной системе расстановки скважин // Вестник Тюменского государственного университета. Серия «Физико-математические науки. Информатика». 2013. № 7. С. 54-63.
2. Кузнецова Е.И. Фильтрация жидкости в двухзонном трещиновато-пористом пласте // Вестник Тюменского государственного университета. Серия «Физико-математические науки. Информатика». 2012. № 4. С. 80-86.
3. Бахтий Н.С., Кутрунов В.Н. Приток жидкости к несовершенной скважине из радиального пласта // Вестник Тюменского государственного университета. 2010. № 6. С. 134-139.
4. Филиппов А.И., Короткова К.Н. Волновые поля давления в пласте и скважине // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12, № 1. С. 48-53.
5. Поленов В.С., Чигарев А.В. Распространение волн в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74, № 2. С. 276-284.
6. Панин В.И., Старцев Ю.А. Контроль динамики напряженно-деформированного состояния геологической среды при горных работах методом сейсмической томографии // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2011. № 9. С. 223-230.
7. Болгаров А.Г., Рослов Ю.В. Межскважинная сейсмическая томография для решения инженерно-геологических задач // Технологии сейсморазведки. 2009. № 1. С. 105-111.
8. Ахметова О.В., Филиппов А.И., Филиппов И.М. Квазистационарные поля давления при линейной фильтрации в неоднородном анизотропном пласте в асимптотическом приближении // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2012. № 3. С. 89-100.
9. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Заманова Г.Ф. Асимптотические представления упругих волновых полей в проницаемых пластах // Акустический журнал. 2013. Т. 59, № 5. С. 548-558.
10. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А., Заманова Г.Ф. Фильтрационные волны в слабо анизотропной среде // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18, № 4. С. 1004-1005.

REFERENCES

1. Gilmiyev, D.R., Shabarov, A.B. The effectiveness of hydraulic fracturing in the row system of alignment of wells // Tyumen State University Herald. № 7. Tyumen, 2013. Pp. 54-63. (in Russian).
2. Kuznetsova, E.I. Fluid filtration in the two-band fractured porous formation // Tyumen State University Herald. № 4. Tyumen, 2012. Pp. 80-86. (in Russian).
3. Bakhtiy, N.S., Kutrunov, V.N. Fluid flow to an imperfect well from the radial formation // Tyumen State University Herald. № 6. Tyumen, 2010. Pp. 134-139. (in Russian).
4. Filippov, A.I., Korotkova, K.N. Wave pressure fields in the reservoir and the wellbore // Physics of Wave Processes and Radio Systems. Vol. 12. № 1. 2009. Pp. 48-53. (in Russian).

5. Polenov, V.S., Chigarev, A.V. Wave propagation in fluid saturated inhomogeneous porous medium // Applied Mathematics and Mechanics. Vol. 74. № 2. 2010. Pp. 276-284. (in Russian).
6. Panin, V.I., Startsev, Yu.A. Controlling the dynamics of the stress-deformed geological environment in mining operations by seismic tomography // Information-Analytical Bulletin of Mining (Scientific and Technical Journal). № 9. 2011. Pp. 223-230. (in Russian).
7. Bolgarov, A.G., Roslov, Ju.V. Cross-well seismic tomography for geotechnical problems // Seismic Technologies. № 1. 2009. Pp. 105-111. (in Russian).
8. Akhmetova, O.V., Filippov, A.I., Filippov, I.M. Quasi-steady pressure fields in linear filtration of a non-uniform anisotropic formation in the asymptotic approximation // Russian Academy of Sciences Herald. Fluid and Gas Mechanics. № 3. 2012. Pp. 89-100. (in Russian).
9. Filippov, A.I., Akhmetova, O.V., Zamanova, G.F. Asymptotic representations of elastic wave fields in permeable formations // Acoustics Journal. Vol. 5. № 5. 2013. Pp. 548-558. (in Russian).
10. Filippov, A.I., Akhmetova, O.V., Kovalsky, A.A., Zamanova, G.F. Filtration waves in weak anisotropic medium // Bashkir State University Herald. Vol. 18. № 4. 2013. Pp. 1004-1005. (in Russian).

Авторы публикации

Филиппов Александр Иванович — профессор кафедры общенаучных дисциплин Уфимского государственного нефтяного технического университета (Салаватский филиал), доктор технических наук

Ахметова Оксана Валентиновна — доцент кафедры общенаучных дисциплин Уфимского государственного нефтяного технического университета (Салаватский филиал), кандидат физико-математических наук

Authors of the publication

Alexandr I. Filippov — Dr. Tech. Sci., Professor, Department of General Academic Disciplines, Salavat Branch of Ufa State University of Oil and Technology

Oksana V. Akhmetova — Cand. Phys. and Math. Sci., Associate Professor, Department of General Academic Disciplines, Salavat Branch of Ufa State University of Oil and Technology